

Philtalk: Folgenden Text stelle ich zur Diskussion:

Die Newtonische Konstante (Philosophia Naturalis Bd. 22 Nr. 3, 1985, S. 400-405).

Von Ed Dellian.

I

Isaac Newtons *Principia* werden 300 Jahre alt<sup>1</sup>. Gelesen werden sie kaum, es sei denn von Wissenschaftshistorikern. Diese neigen dazu, sich auf Geschichtliches zu beschränken und, was die Physik angeht, die Prinzipien der klassischen Mechanik in Newtons opus summum zu identifizieren, auch wenn dessen Wortlaut wenig dafür hergibt<sup>2</sup>. Das anstehende Jubiläum ermuntert zu dem Versuch einer Rekonstruktion des wirklichen physikalischen Gehaltes der newtonischen Prinzipien. Dass dabei eine bisher unerkannte *Newtonische Konstante* erscheint, muss Philosophen ebenso interessieren wie Wissenschaftshistoriker und Physiker. Dies mag es rechtfertigen, den Versuch und sein Ergebnis hier vorzustellen. Historisches bleibt dabei auf das notwendige Minimum beschränkt.

II

Ansatzpunkt des Versuchs ist Newtons *Zweites Axiom* oder *Zweites Bewegungsgesetz*. Es lautet: "Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur." Das heißt: *Die Bewegungsänderung ist der eingprägten Bewegungskraft proportional und geschieht in Richtung der geraden Linie, in der jene Kraft eingprägt wird.*

Man hat sich seit langem daran gewöhnt, dies als Definition der Kraft durch die zeitliche Ableitung der Impulsänderung oder vereinfacht *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung* zu interpretieren. Jedoch mehren sich unter den Wissenschaftshistorikern die Stimmen, die bemerken, dass in Newtons Gesetz von einer *Zeitableitung* der Impulsänderung nicht die Rede ist<sup>3</sup>.

Man weiß, dass Sir Isaac seine Formulierungen stets mehrfach überarbeitet und seine Worte sorgfältigst gewogen hat. Es geht also nicht an, etwa die Zeitableitung einfach in das Zweite Axiom hineinzulesen, weil "Axiomatisierung nicht Newtons Stärke" gewesen wäre<sup>4</sup>. Aus den *Principia* ergibt sich an vielen Stellen eindeutig, dass Newtons elementarer Begriff der eingprägten Kraft proportional der Impulsänderung *ohne Zeitableitung* und folglich durch

die Formel  $F \propto \Delta(mv)$  richtig wiederzugeben ist<sup>5</sup>. Als Gleichung geschrieben, fordert diese Formel einen Proportionalitätsfaktor  $c$  :

$$F = \Delta(mv) \times c ; \quad (1)$$

$c$  ist die *Newtonische Konstante*.

Wo diese Konstante in elementaren Darstellungen der newtonischen Grundlagen der Mechanik erscheint, wird sie alsbald wieder unterdrückt. Die Autoren meinen sie durch die Wahl geeigneter Maßeinheiten gleich 1 setzen und so aus der Kraftdefinition entfernen zu können<sup>6</sup>.

Nun liegt aber auf der Hand, dass das nur möglich ist, wenn  $c$  *dimensionslos* ist, oder, anders gesagt, wenn  $F$  und  $\Delta(mv)$  in Gl. (1) *dimensionsgleich* sind. Damit ergibt sich ein philosophisches Problem, denn: Kraft  $F$  und Bewegungsänderung  $\Delta(mv)$  stehen in der newtonischen experimentellen Naturphilosophie zueinander *im Verhältnis von Ursache und Wirkung*. Das bedeutet aber, dass es sich bei "Kraft" und "Bewegung" (Bewegungsänderung) um *unterschiedliche physikalische Entitäten* handeln muss. Die Ursache "Kraft" und die Wirkung "Bewegungsänderung" müssen, modern ausgedrückt, *unterschiedliche Dimensionen* tragen. Daraus folgt nun, dass ihr Quotient, die Proportionalitätskonstante  $c$  in der Gl. (1), ebenfalls dimensionsbehaftet ist. Man kann deshalb diese *Newtonische Konstante* auch dann, wenn man sie gleich 1 setzt, nicht aus der Kraftdefinition entfernen, ohne deren physikalischen Inhalt zu verändern.

### III

Wenn also die Gl. (1) das *Zweite Axiom* Newtons richtig wiedergibt, so mag man vermuten, dass das hiervon abweichende Grundgesetz der klassischen Mechanik, die Formel "Kraft gleich Masse mal Beschleunigung", vielleicht erst aus Newtons Lehre heraus von anderen entwickelt worden ist, und man könnte sich hierin durch manche wissenschaftshistorische Untersuchung bestätigt glauben<sup>7</sup>. Jedoch muss gerade aus historischer Sicht betont werden, dass das wesentliche Charakteristikum dieser Formel, nämlich die *Gleichsetzung* der Kraft  $F$  mit ihrer Wirkung, *alleiniges Produkt des Geistes und der Philosophie von G. W. Leibniz* ist. Dieser hatte während seines Parisaufenthalts 1672-1676 in Auseinandersetzung mit der okkasionalistischen Denkrichtung den Satz *causa aequat effectum* in die Welt gesetzt, also die Behauptung der *Gleichheit von Ursache und Wirkung*<sup>8</sup>. Bis dahin waren in der Mechanik die

Kräfte und ihre Wirkungen nicht nur für voneinander *verschiedene*, sondern überdies für *inkommensurable* Entitäten angesehen worden<sup>9</sup>. Leibniz indessen macht den nicht weiter begründeten Satz *causa aequat effectum* zu seinem "ersten mechanischen Axiom"<sup>10</sup>.

Auf dieser Grundlage war es nun allerdings möglich, eine *analytische* Kraftdefinition (ohne *Newtonische Konstante*) zu formulieren und darauf eine *analytische Mechanik* zu gründen, wie es dann die Leibniz-Bewunderer und -Nachfolger L. Euler und J.L. Lagrange<sup>11</sup> formvollendet vorgeführt haben. Tatsächlich ist das, was man heute die *klassische Mechanik* nennt und Newton zuschreibt, im wesentlichen das von Leibniz inspirierte Werk dieser Männer. Die Definition der Kraft durch die zeitliche Ableitung der Impulsänderung lässt sich, was bei Newtons *Zweitem Axiom* nicht gelingen will, mit Leibniz'schen Prinzipien ohne weiteres in Übereinstimmung bringen: Da Leibniz seine lebendige Kraft  $[mL^2/T^2]$  als Produkt aus *Gewicht* oder *toter Kraft* und Weg erhält<sup>12</sup>, so ergibt sich für diese *tote Kraft* oder eben das *Gewicht* das Maß *lebendige Kraft geteilt durch Weg* mit der Dimension  $[mL/T^2]$ ; und dieses ist offensichtlich identisch mit der analytischen Kraftdefinition oder dem Ausdruck *Kraft gleich Masse mal Beschleunigung*<sup>13</sup>.

#### IV

Bleibt man, anstatt mit Leibniz Ursache und Wirkung gleichzusetzen, bei der newtonischen Gleichung (1), so stellt sich die Frage nach der Dimension der Proportionalitätskonstante  $c$ . Damit tritt der Versuch der Rekonstruktion des newtonischen elementaren Kraftbegriffs in das interessanteste Stadium.

Als Hypothese sei angenommen, dass Newtons System mathematisch-physikalischer Begriffe, welches er eingangs der *Principia* in acht *Definitionen* und drei *Axiomen* vorstellt, in sich widerspruchsfrei ist. Das muss durch eine Dimensionsanalyse zu überprüfen sein. Die Schwierigkeit dabei ist, dass die Inhalte der newtonischen Begriffe und damit ihre Dimensionen nur zum Teil zweifelsfrei feststehen. Jedoch lassen sich die Dimensionen der zunächst unklaren Begriffe aus verschiedenen Proportionsbeziehungen, die Newton in den *Principia* vorstellt, ermitteln. Hierbei ergibt sich nun, dass die newtonischen Proportionen nur dann sinnvoll aufgelöst und seine Begriffe nur dann widerspruchsfrei interpretiert werden können, wenn man in der Kraftdefinition *eine Konstante mit der Dimension  $[L/T]$  berücksichtigt*.

Dass die *Newtonische Konstante* die Dimension  $[L/T]$  tragen muss, bestätigt eine geometrische Untersuchung der Gl. (1). Und dieselbe Konstante ist - als elementares Verhältnis von Wegelement zu Zeitelement - bereits in der Galilei'schen Mechanik nachweisbar<sup>14</sup>.

Mit dieser Konstante rückt die galilei-newtonische *experimentelle Naturphilosophie* in eine bisher nicht erkannte Nähe zu Albert Einsteins spezieller Relativitätstheorie. Die enge strukturelle Verwandtschaft der Gl. (1) mit Einsteins  $E = mc^2$  springt in die Augen.

V

Die Kraftdefinition "Kraft gleich Masse mal Beschleunigung" der analytischen Mechanik ist als reiner mathematischer Kalkül eine bloße Konvention, aber keine physikalische, auf die Wirklichkeit bezogene Formel. Zur *physikalischen* Theorie wird mathematischer Formalismus erst in Verbindung mit *außerlogischen Konstanten*<sup>15</sup>; es sind die *Naturkonstanten*, die die Beziehung der Theorie zur Wirklichkeit herstellen. Deshalb ist die newtonische Gl. (1) im Gegensatz zur analytischen Kraftdefinition ein *physikalisches Gesetz*, ein *Naturgesetz*: es ist eine explizite Fassung des *Kausalgesetzes*, welche die Regel angibt, nach der mechanische Wirkungen (Bewegungsänderungen) aus ihren Ursachen folgen<sup>16</sup>. Die *Kraft* behält dabei den ontologischen Status, den sie in der newtonischen Philosophie zweifelsfrei hat, der aber in der Leibniz'schen analytischen Mechanik mit der *Gleichsetzung* von Ursachen und Wirkungen verlorengegangen war, womit zugleich, genau besehen, auch das Kausalgesetz abgedankt hatte.

Dieses Leibniz'sche Fundament der Mechanik hat sich um die Jahrhundertwende als unzulänglich erwiesen. Seine Revision durch Albert Einstein beschränkt sich aber auf die Anpassung des mathematischen Formalismus an scheinbar neue Wirklichkeiten.. Die entstandene geistige Situation wird vielfach als unbefriedigend empfunden<sup>17</sup>. Es ist anzunehmen, dass eine auf der hier vorgestellten newtonischen Grundgleichung  $F = \Delta(mv) \times c$  aufbauende Physik, mit einem Kraftbegriff, der die Konstante  $c$  der Relativitätstheorie bereits enthält, relativistische Phänomene überzeugender bewältigen könnte, als es mit einer bloßen mathematischen Korrektur der analytischen Mechanik möglich war. Man beachte auch, dass die Gl. (1) die bekannten *drei Unzulänglichkeiten* des analytischen Fundament der Mechanik - Kontinuumsvorstellung, instantane Fernwirkung, und Zeitumkehrbarkeit - nicht aufweist, sondern auf *Quantelung* der Phänomene (weil der Faktor  $m$  nach Newton nichts

anderes als ein ganzzahliger Multiplikator ist), *Nahewirkung* (mit endlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$ ), und *Zeitpfeil* (die Wirkung folgt ihrer Ursache mit der Geschwindigkeit  $c$  nach) hindeutet, wie es die moderne Physik verlangt.

Die Probleme bei der Formulierung einer einheitlichen Theorie dieser modernen Physik könnten ihren Grund darin haben, dass die Natur nicht durch den einseitigen (Leibniz'schen) Rationalismus zu erfassen ist, der der theoretischen Physik bis heute zugrunde liegt, sondern durch die wiederzuentdeckenden wahren physikalischen Prinzipien der galilei-newtonischen, auf Mathematik *und Erfahrung* gegründeten experimentellen Naturphilosophie.

Anmerkungen:

- 1) Principia mathematica philosophiae naturalis, London 1687; deutsch (Mathematische Prinzipien der Naturlehre) von J.Ph. Wolters, Berlin 1872. Newtons Vorwort zur 1. Auflage trägt das Datum: Cambridge, 8. Mai 1686.
- 2) E.J. Dijksterhuis, Die Mechanisierung des Weltbildes, Springer Berlin-Heidelberg-New York, 1983 (S.528).
- 3) Max Jammer, Concepts of Force, Harvard University Press Cambridge/Mass., 1957 (S. 124); Brian D. Ellis, Newton's Concept of Motive Force, Journ.Hist.Ideas (23) 1962 (S. 273 ff.); I. Bernard Cohen, The Newtonian Revolution, Cambridge University Press, 1980 (S. 172 ff.); Werner Kutschmann, Die Newtonsche Kraft, Studia Leibnitiana, Sonderheft 12, Steiner, Wiesbaden, 1983.
- 4) E.J. Dijksterhuis *ibid.*
- 5) Vgl. Newtons Erläuterung zum 2. Axiom, und Scholium nach Corol. VI zu den Axiomen.
- 6) Jürgen Mittelstrass, Neuzeit und Aufklärung, de Gruyter Berlin-New York, 1970 (S.288). Steven Weinberg, Teile des Unteilbaren, Spektrum der Wissenschaft, Heidelberg 1984 (S. 139); siehe auch Brockhaus Enzyklopädie 1970 unter "Kraft".
- 7) Thomas L. Hankins, The Reception of Newton's Second Law of Motion in the Eighteenth

Century, Arch.Int.Hist.Sci. (20) 1967, S.43-65.

- 8) H.-J. Hess, Die unveröffentlichten Naturwissenschaftlichen und technischen Arbeiten von Leibniz, *Studia Leibnitiana Supplementa* Bd. 17, Steiner Wiesbd. 1978 (S. 183 ff, 202 ff.).
  - 9) John Wallis, *Mechanica Sive de Motu Tractatus Geometricus*, London 1670 (Proposition VII und Scholium).
  - 10) H.-J. Hess *ibid.*
  - 11) J.L. Lagrange, *Mécanique analytique*, Paris 1788.
  - 12) G.W. Leibniz, *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum*, *Acta Eruditorum* März 1686.
  - 13) Ebenso schon Max Planck, *Das Prinzip der Erhaltung der Energie*, Leipzig 1887 (S. 7); vgl. auch Richard S. Westfall, *Force in Newton's Physics*, American Elsevier, New York, 1971 (S. 298).
  - 14) Galileo Galilei, *Discorsi*, Leyden 1638; deutsch (Unterredungen und mathematische Demonstrationen ...) von Arthur von Oettingen, *Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften* Nr. 24 (Leipzig 1904), 3. Tag, Theorem II Proposition II, Zusatz I ( $EC:AC = NG:CJ = RQ:JO = \text{konstant [L/T]}$ ).
  - 15) Max Jammer, *Zu den philosophischen Konsequenzen der neuen Physik*, in: *Voraussetzungen und Grenzen der Wissenschaft* (Gerald Radnitzky und Gunnar Anderson Hrsg.), Mohr Tübingen 1981 (S. 136).
  - 16) Immanuel Kant *Kritik der reinen Vernunft*, Riga 1781, zweite Auflage: "Alles, was geschieht (anhebt zu sein), setzt etwas voraus, worauf es nach einer Regel folgt."
  - 17) Max Jammer *ibid.* (S. 129).
-